

[This question paper contains 16 printed pages.]

3

Your Roll No. 2022

Sr. No. of Question Paper : 780

B

Unique Paper Code : 12271201

Name of the Paper : Introductory Macroeconomics

Name of the Course : B.A. (H) Economics

Semester : II

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

Deshbandhu College Library
Kalkaji, New Delhi-19

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

P.T.O.

1. (a) Briefly explain the "uses of private savings" in the economy. (4)

(b) A bond promises to pay 600 in one year

(i) What is the interest rate on the bond if its price today is 400?

(ii) If interest rate is 10%, what would be the price of bond today? (4)

(c) Using IS-LM model, show the impact of investment subsidy to the economy. How will it affect interest rate, income & investment in the economy? How is it different from expansionary fiscal policy? (7)

(अ) अर्थव्यवस्था में "निजी बचत के उपयोग" को संक्षेप में समझाएं।

(ब) एक बांड एक वर्ष में 600 का भुगतान करने का वादा करता है।

(i) बांड पर ब्याज दर क्या है यदि इसकी कीमत आज 400 है?

(ii) यदि ब्याज दर 40% है, तो आज बांड की कीमत क्या होगी?

(स) IS-LM मॉडल का प्रयोग करते हुए, अर्थव्यवस्था पर निवेश सब्सिडी के प्रभाव को दिखाएं। यह अर्थव्यवस्था में ब्याज दर, आय और निवेश को कैसे प्रभावित करेगा? यह विस्तारवादी राजकोषीय नीति से किस प्रकार भिन्न है?

2. (a) Given the following information : (5)

Investment (I)	=	50
Government Purchases (G)	=	40
GNP	=	500
CA Balance	=	-20
Tax (T)	=	100
Transfer Payment (TR)	=	30
Interest Payment on government debt	=	20
Net Factor payments from abroad	=	-5

Compute :

- (i) GDP
- (ii) Net Export
- (iii) Consumption
- (iv) Private Savings
- (v) Government Savings
- (b) "Seigniorage is first an increasing function then a decreasing function of nominal money growth". Do you agree? Explain. (4)
- (c) What is full employment budget surplus? How is it different from actual employment budget surplus? How does a decrease in MPC affect the budget surplus? (4)
- (d) "An increase in Government spending by \$10 leads to fall in the budget surplus exactly by \$10", is this statement is true or false. Explain. (2)

(अ) निम्नलिखित जानकारी को देखते हुए :

निवेश (I)	=	50
सरकारी खरीद (G)	=	40
जीएनपी (GNP)	=	500
चालू खाता शेष	=	-20
कर (T)	=	100
स्थानांतरण भुगतान (TR)	=	30
सरकारी ऋण पर ब्याज भुगतान	=	20
विदेश से शुद्ध कारक भुगतान	=	-5

गणना कीजिये :

- (i) सकल घरेलू उत्पाद
- (ii) शुद्ध निर्यात
- (iii) उपभोग
- (iv) निजी बचत
- (v) सरकारी बचत
- (ब) "Seigniorage पहले एक बढ़ता हुआ कार्य है फिर नाममात्र धन वृद्धि का घटता कार्य"। क्या आप सहमत हैं? समझाइये।

(स) पूर्ण रोजगार बजट अधिशेष क्या है? यह वास्तविक रोजगार बजट अधिशेष से किस प्रकार भिन्न है? एमपीसी में कमी बजट अधिशेष को कैसे प्रभावित करती है?

(द) "सरकारी खर्च में \$10 की वृद्धि से बजट अधिशेष में \$10 की कमी आती है", यह कथन सही है या गलत है। समझाइये।

3. (a) India issues 10,000 cr. debt forgiveness to one of its neighbouring country. How is this transaction accounted for in the balance of payments of India. (3)

(b) How does hyperinflation affect economic activity of a country? (5)

(c) What do you understand by Policy mix? In an economy, illustrate the effects of a policy mix on equilibrium output and interest rate. How the monetary accommodation of fiscal expansion leaves the interest rate unchanged as the level of output rises? Explain. (7)

(अ) भारत 10,000 करोड़ जारी करता है। अपने पड़ोसी देश में से एक को कर्ज माफी। भारत के भुगतान संतुलन में इस लेन-देन का लेखा-जोखा कैसे किया जाता है।

(ब) अति मुद्रास्फीति किसी देश की आर्थिक गतिविधि को कैसे प्रभावित करती है?

(स) नीति मिश्रण से आप क्या समझते हैं? एक अर्थव्यवस्था में, संतुलन उत्पादन और ब्याज दर पर नीति मिश्रण के प्रभावों का वर्णन करें। जैसे-जैसे उत्पादन का स्तर बढ़ता है, राजकोषीय विस्तार का मौद्रिक समायोजन ब्याज दर को अपरिवर्तित कैसे छोड़ता है? समझाइये।

4. (a) What is GDP deflator? How is it different from CPI deflator? How does CPI inflation overstate the cost of living? (4)

(b) What is the demand for Central bank money? Using appropriate diagram explain the equilibrium in the market for central bank money. How does a decrease in the supply of central bank money affect its equilibrium? (5)

(c) Given : $C = 0.8(1-t) Y$

$$t = 0.25$$

$$I = 900 - 20i$$

$$G = 800$$

$$L = 0.25Y - 50i$$

$$M/P = 500$$

Find

(i) Find equilibrium level of income & Consumption.

(ii) Calculate budget surplus at equilibrium.

(iii) If govt. spending increases by 200 how much would be the new level of private spending. (6)

(अ) GDP डिफ्लेटर क्या है? यह CPI डिफ्लेटर से किस प्रकार भिन्न है? सीपीआई मुद्रास्फीति जीवन यापन की लागत को कैसे बढ़ा देती है?

(ब) केंद्रीय बैंक के पैसे की मांग क्या है? उपयुक्त आरेख का प्रयोग करते हुए केंद्रीय बैंक मुद्रा के लिए बाजार में संतुलन की व्याख्या कीजिए। केंद्रीय बैंक के पैसे की आपूर्ति में कमी उसके संतुलन को कैसे प्रभावित करती है?

(स) दिया गया है :

$$C = 0.8(1-t) Y$$

$$t = 0.25$$

$$I = 900 - 20i$$

$$G = 800$$

$$L = 0.25Y - 50i$$

$$M/P = 500$$

गणना कीजिये :

- (i) आय और उपभोग का संतुलन स्तर ज्ञात कीजिए।
- (ii) संतुलन पर बजट अधिशेष की गणना करें।
- (iii) अगर सरकार। खर्च 200 से बढ़ता है, निजी खर्च का नया स्तर कितना होगा।

5. (a) Consider an economy whose real GDP is 5000 in time period 1 and 6000 in time period 2. The GDP deflator for the same economy is 105 in time period 1 and 120 in time period 2.

(i) What is the nominal GDP in time period 1 and 2?

(ii) What is the rate of inflation in time period 2?

(iii) If the real rate of interest in time period 2 is 4%, what is the nominal rate of interest in time period 2? (3)

(b) Why is central Bank money is also called High Powered Money? Explain using the concept of multiplier. Assuming that money multiplier is 7 and overall supply of money is 35000, what will be the central bank money? (5)

(c) Explain the relationship between effectiveness of monetary policy & interest elasticity of money demand using diagram. (4)

(d) Assume a model of the expenditure sector with no govt sector. If the savings function is defined as $S = -400 + 0.2y$, and the autonomous investment increases by 200, by how much will consumption increases? (3)

(अ) एक ऐसी अर्थव्यवस्था पर विचार करें जिसकी वास्तविक जीडीपी समय अवधि 1 में 5000 और समय अवधि 2 में 6000 है। उसी अर्थव्यवस्था के लिए जीडीपी डिफ्लेटर समय अवधि 1 में 105 और समय अवधि 2 में 120 है।

(i) समय अवधि 1 और 2 में नाममात्र सकल घरेलू उत्पाद क्या है?

(ii) समय अवधि 2 में मुद्रास्फीति की दर क्या है?

(iii) यदि समय अवधि 2 में वास्तविक ब्याज दर 4% है, तो समय अवधि 2 में ब्याज की नाममात्र दर क्या है?

(ब) केंद्रीय बैंक के पैसे को हाई पावर्ड मनी क्यों कहा जाता है? गुणक की अवधारणा का प्रयोग करते हुए समझाइए। यह मानते हुए कि मुद्रा गुणक 7 है और मुद्रा की कुल आपूर्ति 35000 है, केंद्रीय बैंक की मुद्रा क्या होगी?

(स) मौद्रिक नीति की प्रभावशीलता और मुद्रा की मांग की ब्याज लोच के बीच संबंध को आरेख का उपयोग करके स्पष्ट करें।

(द) बिना सरकारी क्षेत्र वाले व्यय क्षेत्र का एक मॉडल मान लें। यदि बचत फलन को $S = -400 + 0.2y$ के रूप में परिभाषित किया जाता है, और स्वायत्त निवेश में 200 की वृद्धि होती है, तो खपत में कितनी वृद्धि होगी?

6. (a) Differentiate between intermediate and final goods. Under which category are Capital Goods and inventory investment included and why?

(3)

(b) Suppose that money demand is given by $M^d = Y(0.25-i)$ where income is 100 cr. And supply of

money is 20 cr. Assume equilibrium in money market

(i) What is the interest rate?

(ii) If central bank increases interest rate by 5%, what should be the level of money supply for the money market to be in equilibrium. (5)

(c) Examine the impact of a contractionary fiscal policy on output & interest rate under two assumptions :

(i) Interest rates are kept constant

(ii) Money stock is kept constant (7)

(अ) मध्यवर्ती और अंतिम माल के बीच अंतर। कैपिटल गुड्स और इन्वेंट्री निवेश को किस श्रेणी में शामिल किया गया है और क्यों?

(ब) मान लीजिए कि पैसे की मांग एमडी = वाई (0.25-i) द्वारा दी गई है जहां आय 100 करोड़ है। और पैसे की आपूर्ति 20 करोड़ है। मुद्रा बाजार में संतुलन मानिए

- (i) ब्याज दर क्या है?
- (ii) यदि केंद्रीय बैंक ब्याज दर में 5% की वृद्धि करता है, तो मुद्रा बाजार के संतुलन में रहने के लिए मुद्रा आपूर्ति का स्तर क्या होना चाहिए।

(स) दो मान्यताओं के तहत उत्पादन और ब्याज दर पर एक संकुचन राजकोषीय नीति के प्रभाव की जांच करें:

- (i) ब्याज दरों को स्थिर रखा जाता है
- (ii) मनी स्टॉक स्थिर रखा जाता है

7. (a) A factory owner purchased 5 new machines at Rs. 30,000 each. He sold his old ones for Rs. 60,000. What is the net impact of these transaction on GDP? (2)

(b) What determine output and employment in the classical system? What role does the aggregate demand have in determining output, employment and price level? (7)

(c) Explain how each of the following events affect monetary base, money multiplier and money supply.

(i) Central bank follows expansionary open market operations.

(ii) If there is an increase in the amount of money that people hold as currency rather than deposits. (6)

(अ) एक कारखाने के मालिक ने 30,000 रुपये प्रत्येक पर 5 नई मशीनें खरीदीं। उसने अपने पुराने लोगों को 60,000 रुपये में बेच दिया। सकल घरेलू उत्पाद पर इन लेनदेन का शुद्ध प्रभाव क्या है?

(ब) शास्त्रीय प्रणाली में उत्पादन और रोजगार क्या निर्धारित करते हैं? उत्पादन, रोजगार और मूल्य स्तर निर्धारित करते में कुल मांग की क्या भूमिका है?

(स) बताएं कि निम्नलिखित में से प्रत्येक घटना मौद्रिक आधार, धन गुणक और मुद्रा आपूर्ति को कैसे प्रभावित करती है।

- (i) सेंट्रल बैंक विस्तारवादी खुले बाजार के संचालन का अनुसरण करता है।
- (ii) यदि लोगों के पास जमा राशि के बजाय मुद्रा के रूप में रखी गई राशि में वृद्धि होती है।

Dashbandhu College Library
Kalkaji, New Delhi-19

[This question paper contains 20 printed pages.]

(4)

Your Roll No. 2022

Sr. No. of Question Paper : 806

B

Unique Paper Code : 12271202

Name of the Paper : Mathematical Methods for
Economics II

Name of the Course : **BA (Hons.) Economics**

Semester : II

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Deshbandhu College Library
Kalkaji, New Delhi-10

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. There are 4 questions in all. All questions are compulsory.
3. All parts of a question must be answered together.
4. Use of a simple calculator is allowed.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. कुल चार प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
3. प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को एक ही स्थान पर हल कीजिये।
4. साधारण कैलकुलेटर का उपयोग किया जा सकता है।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. Attempt any **four** of the following : (6×4=24)

(a) (i) Let $Y = 10KL - \sqrt{K} - \sqrt{L}$ and $K = 0.2t + 5$ and $L = 5e^{0.1t}$. Express the rate of change of Y as a weighted sum of the relative rates of change of K and L . Can you attach any economic significance to the weights?

(ii) Let $r = r(x, y)$, $x = x(s, t)$ and $y = y(s, t)$. Given that

$$x(1, 0) = 2, \quad x'_1(1, 0) = -1, \quad x'_2(1, 0) = 7,$$

$$y(0) = 3, \quad y(1) = 0, \quad y'(0) = 4$$

$$r(2, 3) = -1, \quad r'_1(2, 3) = 3, \quad r'_2(2, 3) = 5$$

$$r'_1(1, 0) = 6, \quad r'_2(1, 0) = -2$$

Calculate $\frac{\partial r}{\partial t}$ at $s = 1, t = 0$.

(b) Given $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

(i) At $(1, 0)$, in what direction does f increase most rapidly? What is the rate of change in f in that direction?

(ii) Find an approximate value for $f(1.01, 0.02)$. How large is the error caused by this approximation?

(c) (i) Given $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n$. Is f homogenous? Is it homothetic? Are the first order partial derivatives of the function homogenous and if yes of what degree? Show

$$\text{that } \nabla f = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \dots, \frac{1}{x_n} \right).$$

(ii) Suppose that $f(x, y)$ is homogenous of degree 2 with $f'_1(2, 3) = 4$ and $f'_2(4, 6) = 12$. Find $f(6, 9)$.

(d) The following system of equations defines $u = u(x, y)$ and $v = v(x, y)$ as differentiable functions of x and y around the point $P = (x, y, u, v) = (1, 1, 1, 0)$:

$$(u + 2v)^5 + xy^2 = 2u - yv$$

$$(1 + u^2)^3 - z^2v = 8x + y^5w^2$$

Differentiate the system and find the values of u'_x , u'_y , v'_x and v'_y .

(e) (i) For the function, $f(x, y, z) = \frac{zx}{(x+y^2)}$,

determine whether the function f increases or decreases at a specified point $P_0 = (1, 1, 1)$ when one variable increases, while the others are fixed.

(ii) Assume that the equation $e^{xy^2} - 2x - 4y = c$ implicitly defines y as a differentiable function of x . Find a value of the constant c such that $f(0) = 1$ and find the slope and the equation of the tangent at the point $(x, y) = (0, 1)$.

निम्नलिखित में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिये :

(क) (i) मान लीजिये $Y = 10KL - \sqrt{K} - \sqrt{L}$ तथा $K = 0.2t + 5$ और $L = 5e^{0.1t}$. Y में परिवर्तन की दर को K और L की परिवर्तन की सापेक्ष दरों के भारित योग के रूप में व्यक्त करें। क्या आप इसके लिए कोई आर्थिक महत्त्व दिखा सकते हैं?

(ii) माना कि $r = r(x, y)$, $x = x(s, t)$ तथा $y = y(s, t)$ । दिया हुआ है :

$$x(1, 0) = 2, \quad x'_1(1, 0) = -1, \quad x'_2(1, 0) = 7,$$

$$y(0) = 3, \quad y(1) = 0, \quad y'(0) = 4$$

$$r(2, 3) = -1, \quad r'_1(2, 3) = 3, \quad r'_2(2, 3) = 5$$

$$r'_1(1, 0) = 6, \quad r'_2(1, 0) = -2$$

$\frac{\partial r}{\partial t}$ at $s = 1, t = 0$ की गणना कीजिये।

(ख) आपको दिया गया फलन: $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ ।

(i) फलन f सबसे तेजी से $(1, 0)$ पर किस दिशा में बढ़ता है? उस दिशा में f में परिवर्तन की दर क्या है?

(ii) $f(1.01, 0.02)$ के लिए अनुमानित मान ज्ञात कीजिये।
इस समीकरण के कारण हुई त्रुटि कितनी बड़ी है?

(ग) (i) दिया गया $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n$ क्या f समरूप (होमोजीनियस) है? क्या ये समरूप (होमोथेटिक) है? क्या f के प्रथम कोटि आंशिक अवकलज (पार्शियल डेरिवेटिव्स) सजातीय फलन (होमोजीनियस फंक्शन) हैं और यदि हाँ तो किस अंश (डिग्री) के हैं?

$$\nabla f = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \dots, \frac{1}{x_n} \right) \text{ दिखाएँ।}$$

(ii) मान लीजिये कि $f(x, y)$ डिग्री 2 का समरूप है तथा $f'_1(2, 3) = 4$ और $f'_2(4, 6) = 12$ तो $f(6, 9)$ ज्ञात करें।

(घ) निम्नलिखित समीकरणों की प्रणाली $u = u(x, y)$ और $v = v(x, y)$ जो कि बिंदु $P = (x, y, u, v) = (1, 1, 1, 0)$ के आसपास x और y के अवकलनीय (डिफ्रेंशियेबल) फलन के रूप में परिभाषित करती है।

$$(u + 2v)^5 + xy^2 = 2u - yv$$

$$(1 + u^2)^3 - z^2v = 8x + y^5w^2$$

प्रणाली को डिफ्रेंशियेट करें तथा u'_x, u'_y, v'_x तथा v'_y का मान ज्ञात करें।

(ङ) (i) दिए गए फलन $f(x, y, z) = \frac{zx}{(x + y^2)}$, के लिए निर्धारित

करें कि फलन एक निर्दिष्ट बिंदु $P_0 = (1, 1, 1)$ पर बढ़ता है या घटता है, जब एक चर बढ़ता है, जबकि अन्य स्थिर होते हैं।

(ii) माना कि समीकरण $e^{xy^2} - 2x - 4y = c$ परोक्ष (इम्प्लिसिटली) रूप से y को x के एक अवकलनीय (डिफ्रेंशियेबल) फलन के रूप में परिभाषित करता है। जब $f(0) = 1$ दिया हुआ है तो स्थिरांक c का मान ज्ञात कीजिये तथा बिंदु $(x, y) = (0, 1)$ पर स्पर्शरेखा (टैनजेंट) का ढलान (स्लोप) और समीकरण ज्ञात कीजिये।

2. Attempt **any four** of the following : (7×4=28)

(a) Consider the function $f(x, y) = x^2 - y^2 - xy - x^3$. Find and classify its critical points. Find the domain S where f is concave and find the largest value of f in S .

- (b) State the necessary conditions for the solution of the utility maximization problem, $U(x, y) = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ for general values of p_x , p_y and M . Find the optimal values of x , y and the corresponding value of λ (the langrange multiplier). What are the consumer's demand functions for x and y ? Find the indirect utility function $U^*(p_x, p_y, M)$ and verify that

$$\lambda = \frac{\partial U^*}{\partial M}.$$

- (c) Find the extreme points and extreme values for $f(x, y) = xe^y - x^2 - e^y$ on the domain defined by $0 \leq x \leq 2$ and $0 \leq y \leq 1$.

- (d) The function $f(x, y)$ is such that

$$\text{Firstly, } f'_x > 0, f'_y > 0;$$

$$\text{Secondly, } f''_{xx} < 0, f''_{yy} < 0; \text{ and}$$

Thirdly the level curve $y = g(x)$ is defined implicitly by $f(x, y) = c$ where c is a constant. The function f is such that all level curves are strictly convex.

Let F be a differentiable and strictly increasing function of one variable. Which of the above mentioned three properties are preserved for the function $W(x, y) = F(f(x, y))$?

- (e) Let $f(x, y) = (x^2 - \alpha xy)e^y$ be a function of two variables with α as a constant and $\alpha \neq 0$.

- (i) Find the critical points of f and decide for each of them if it is a local maximum point, local minimum point or a saddle point.

- (ii) Let (x^*, y^*) be the critical point where $x^* \neq 0$ and let $f^*(\alpha) = f(x^*, y^*)$. Find

$$\frac{df^*(\alpha)}{d\alpha} \text{ and show that if we define}$$

$$\hat{f}(x, y, \alpha) = (x^2 - \alpha xy)e^y \text{ then } \frac{\partial \hat{f}(x^*, y^*, \alpha)}{\partial \alpha} =$$

$$\frac{df^*(\alpha)}{d\alpha}.$$

निम्नलिखित में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिये :

(क) दिए गए फलन (फंक्शन) $f(x, y) = x^2 - y^2 - xy - x^3$ के महत्वपूर्ण बिन्दुओं को खोजें और वर्गीकृत करें। डोमेन S ज्ञात कीजिये जहाँ f अवतल है। S डोमेन में f का सबसे बड़ा मान ज्ञात कीजिये।

(ख) उपयोगिता अधिकतमकरण समस्या (मैक्सीमाइज प्रॉब्लम)

$U(x, y) = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ के समाधान के लिए आवश्यक शर्तें

बताएं, p_x , p_y और M के सामान्य मूल्यों के लिए। x , y के अधिकतम मान और λ (लैंगरेंज मल्टीप्लायर) के संगत मान का पता लगाएं। x और y के लिए उपभोक्ता की मांग का फलन क्या है? अप्रत्यक्ष उपयोगिता फलन $U^*(p_x, p_y, M)$ ज्ञात कीजिये

तथा सत्यापित कीजिये कि $\lambda = \frac{\partial U^*}{\partial M}$ ।

(ग) दिए गए फलन $f(x, y) = xe^y - x^2 - e^y$ के लिए चरम बिंदु और चरम मान खोजें जब पारस (डोमेन) $0 \leq x \leq 2$ और $0 \leq y \leq 1$ दिया गया है।

(घ) दिया गया फलन $f(x, y)$ इस प्रकार है :

प्रथमतः $f'_x > 0$, $f'_y > 0$;

उसके बाद, $f''_{xx} < 0$, $f''_{yy} < 0$; तथा

अंततः $y = g(x)$ को $f(x, y) = c$ द्वारा परोक्ष रूप से परिभाषित किया गया है जहाँ c एक स्थिरांक है। दिए गए फलन f के सभी वक्र स्तर पूर्णरूप से उत्तर हैं।

मान लीजिए F एक अवकलनीय और एक चर का पूर्णरूप से बढ़ता हुआ फलन है। उपरोक्त तीनों गुणों में से कौन-सा गुण दिए गए फलन $W(x, y) = F(f(x, y))$ के लिए संरक्षित हैं ?

(ङ) मान लीजिए दो चर का एक फलन $f(x, y) = (x^2 - \alpha xy)e^y$ दिया गया है जिसमें α स्थिर है तथा $\alpha \neq 0$:

(i) दिए गए फलन f के क्रिटिकल बिंदु ज्ञात कीजिए और उसमें से प्रत्येक के लिए निर्णय कीजिए कि क्या यह बिंदु स्थानीय अधिकतम बिंदु, स्थानीय न्यूनतम बिंदु या सैडल बिंदु है।

(ii) मान लीजिये (x^*, y^*) क्रिटिकल बिंदु हैं जहाँ $x^* \neq 0$

और माना कि $f^*(\alpha) = f(x^*, y^*)$ है। $\frac{df^*(\alpha)}{d\alpha}$

ज्ञात कीजिए और दिखाएँ यदि हम

$\hat{f}(x, y, \alpha) = (x^2 - \alpha xy)e^y$ को परिभाषित करते हैं

तो $\frac{\partial \hat{f}(x^*, y^*, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{df^*(\alpha)}{d\alpha}$ दिखायें।

3. Attempt **any one** of the following : (7×1=7)

(a) To feed his stock a farmer can purchase two kinds of feed. The farmer has determined that the herd requires 60, 84, and 72 units of the nutritional elements A, B, and C, respectively, per day. The contents and cost of a kilogram of each of the two feeds are given in the following table :

	Nutritional Elements (units per kg)			Cost (Rs. per kg)
	A	B	C	
Feed 1	3	7	3	100
Feed 2	2	2	6	40

(i) The farmer wants to determine the least expensive way of providing an adequate diet by combining the two feeds. Set this up as a linear programming problem and find the minimal-cost diet.

(ii) Does the optimal solution change if the price of Feed 1 increases from 100 Rs per kg to 140 Rs per kg, with all other data unchanged?

(b) (i) Solve the following problem :

$$\max 3x + 4y \text{ subject to } \begin{cases} 3x + 2y \leq 6 \\ x + 4y \leq 4 \end{cases}$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(ii) Compute the increase in the criterion function if the first constraint changes to $3x + 2y \leq 7$.

(iii) Compute the increase in the criterion function if the second constraint changes to $x + 4y \leq 5$.

(iv) Prove using (ii) and (iii) that if (x, y) is feasible in the original problem then the criterion function can never be larger than the optimal value of the criterion function obtained in (i).

निम्नलिखित में से किन्हीं एक का उत्तर दीजिए :

(क) एक किसान अपने स्टॉक को भरने के लिए दो प्रकार का चारा (फीड) खरीद सकता है। किसान ने निर्धारित किया है कि पशु समूह को प्रतिदिन क्रमशः पोषक तत्वों A की 60 यूनिट, B की 84 यूनिट और C की 72 यूनिट की आवश्यकता होती है। दो प्रकार के चारे की प्रति किलोग्राम लागत और सामग्री निम्नलिखित तालिका में दी गई है :

	पोषक तत्व (यूनिट प्रति किलो)			लागत (रूपये प्रति किलो)
	A	B	C	
चारा 1	3	7	3	100
चारा 2	2	2	6	40

(i) किसान दो चारे को मिलाकर पर्याप्त आहार प्रदान करने का सबसे कम खर्चीला तरीका निर्धारित करना चाहता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामिंग (लीनियर प्रोग्रामिंग) समस्या के रूप में दिखाएँ और न्यूनतम लागत वाला आहार (डाइट) ज्ञात करें।

(ii) यदि चारा 1 की कीमत 100 रुपये प्रति किलोग्राम से बढ़कर 140 रुपये प्रति किलोग्राम हो जाती है और अन्य सभी डेटा अपरिवर्तित रहते हैं, तो क्या इष्टतम समाधान (ऑप्टीमल सोल्यूशन) बदलता है?

(ख) (i) निम्नलिखित समस्या (प्रॉब्लम) का समाधान करें :

$$\text{अधिकतम (मैक्स) } 3x + 4y \text{ यदि } \begin{cases} 3x + 2y \leq 6 \\ x + 4y \leq 4 \end{cases}$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(ii) यदि पहली बाधा (कन्स्ट्रेंट्स) $3x + 2y \leq 7$ में बदल जाती है तो मानदंड (क्राइटेरियन) फलन में वृद्धि की गणना करें।

(iii) यदि दूसरी बाधा (कन्स्ट्रेंट्स) $x + 4y \leq 5$ में बदल जाती है तो मानदंड (क्राइटेरियन) फलन में वृद्धि की गणना करें।

- (iv) यदि (x, y) मूल समस्या में संभव है तो मानदंड फलन (क्राइटेरियन फंक्शन) कभी भी (i) में प्राप्त मानदंड फलन (क्राइटेरियन फंक्शन) के इष्टतम मान से बड़ा नहीं हो सकता है, इसे (ii) और (iii) का उपयोग करके सिद्ध करें।

4. Attempt **any two** of the following : (8×2=16)

- (a) (i) Find the area of the region between the curves: $y_1 = 3x^2 - 6x + 8$ and $y_2 = -2x^2 + 4x + 1$ from $x = 0$ to $x = 2$.

- (ii) Show that $y(t) = 2e^{6t} + 1$ is the solution to

the differential equation $\frac{dy}{dt} = 6y - 6$ where

$y(0) = 3$. Does $y(t)$ converge to a steady state? (4,4)

- (b) (i) Let the rate of investment be given by the function, $I(t) = 12t^{1/3}$. If $K(0) = 25$, find the time path of capital stock. Find the amount of capital accumulation during the time interval $[1,3]$.

- (ii) The demand and supply functions in the market for a commodity are given by :

$$Q_{dt} = 4 - P_t$$

$$Q_{st} = 1 + 0.5P_{t-1}$$

Q_{dt} and Q_{st} are the quantity demanded and quantity supplied of the commodity at time t , and P_t represents the price in time period t . Find the expression for P_t in terms of P_{t-1} in the equilibrium. Solve the corresponding difference equation. Is the time path of price oscillatory/non-oscillatory and convergent/divergent? Illustrate using a graph. Consider $P_0 = 1$. (4,4)

- (c) (i) Find the general solution of the differential equation $\dot{P} = \delta[D(P) - S(P)]$ where $\delta > 0$ and $D(P) = a - bP$ gives the demand of a commodity and $S(P) = \alpha + \beta P$ gives the supply. a, b, α and β are positive constants. Determine the equilibrium state and examine whether it is stable.

(ii) Given that :

$$C_t = 90 + 0.8y_{t-1}$$

$$I_t = 50$$

$$Y_0 = 1200$$

Y_t , C_t and I_t are the national income, consumption and investment at time t . Find the time path of national income, Y_t . Comment on the stability of the time path. (4,4)

निम्नलिखित में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिये :

(क) (i) वक्रों : $y_1 = 3x^2 - 6x + 8$ और $y_2 = -2x^2 + 4x + 1$ के बीच, $x = 0$ से $x = 2$, तक के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ii) सिद्ध करें कि $y(t) = 2e^{6t} + 1$ अंतर समीकरण (डिफरेंशियल

इकवेशन) $\frac{dy}{dt} = 6y - 6$ जहाँ $y(0) = 3$ का समाधान

है। क्या $y(t)$ स्थिर (स्टेडी) अवस्था में परिवर्तित (कन्वर्ज) होता है?

(ख) (i) मान लीजिये निवेश की दर फलन (फंक्शन) $I(t) = 12t^{1/3}$ द्वारा दी गई है। यदि $K(0) = 25$ है तो पूंजी स्टॉक का समय पथ (टाइम पाथ) ज्ञात कीजिए। टाइम इंटरवल $[1, 3]$ के दौरान पूंजी संचय की मात्रा ज्ञात कीजिए।

(ii) किसी वस्तु के लिए बाजार में मांग (डिमांड) और आपूर्ति (सप्लाई) फलन दिए गए हैं :

$$Q_{dt} = 4 - P_t$$

$$Q_{st} = 1 + 0.5P_{t-1}$$

Q_{dt} और Q_{st} समय t पर वस्तु की मांग और आपूर्ति की मात्रा है, तथा P_t वस्तु की कीमत समयावधि t में है। संतुलन में P_t के लिए व्यंजक P_{t-1} के पदों (टर्म्स) में ज्ञात कीजिए। सम्बन्धित (कोरस्पोंडिंग) अंतर समीकरण (डिफरेंस इकवेशन) को हल कीजिए। क्या कीमत का समय पथ (टाइम पाथ) मूल्य दोलन (ओस्लेट्री) / गैर दोलन (नॉन ओस्लेट्री) और अभिसरण (कन्वर्जेंट) / अपसारी (डाईवर्जेंट) है? एक ग्राफ का उपयोग करके चित्रण करें। $P_0 = 1$ पर विचार करें।

- (ग) (i) अंतर समीकरण (डिफरेंशियल इक्वेशन) $\dot{P} = \delta[D(P) - S(P)]$ का सामान्य समाधान ज्ञात करें जहाँ $\delta > 0$ तथा एक वस्तु की मांग (डिमांड) $D(P) = a - bP$ और $S(P) = \alpha + \beta P$ आपूर्ति है। a, b, α और β सकारात्मक स्थिरांक (कानस्टंट्स) हैं। संतुलित स्थिति निर्धारित करें और जांचें कि क्या वह स्थिर है।

- (ii) दिया गया है :

$$C_t = 90 + 0.8y_{t-1}$$

$$I_t = 50$$

$$Y_0 = 1200$$

Y_t, C_t और I_t समय t पर राष्ट्रीय आय, खपत और निवेश हैं। राष्ट्रीय आय Y_t का समय पथ ज्ञात कीजिये। समय पथ (टाइम पथ) की स्थिरता पर टिप्पणी कीजिए।